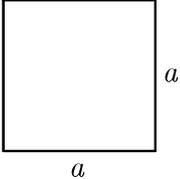


# Formelsammlung Mathematik – Zentrale Prüfungen 10

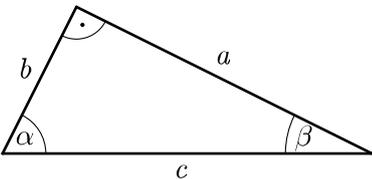
## Anforderungsniveau EESA (vormals HSA 10)

### Ebene Figuren

<p><b>Quadrat</b></p> <p>Flächeninhalt:  <math>A = a \cdot a = a^2</math></p> <p>Umfang:  <math>u = 4 \cdot a</math></p>	 <p><b>Rechteck</b></p> <p>Flächeninhalt:  <math>A = a \cdot b</math></p> <p>Umfang:  <math>u = 2 \cdot a + 2 \cdot b</math></p>
<p><b>Dreieck</b></p> <p>Flächeninhalt:  <math>A = \frac{g \cdot h}{2}</math></p> <p>Umfang:  <math>u = a + b + c</math></p>	<p><b>Parallelogramm</b></p> <p>Flächeninhalt:  <math>A = g \cdot h</math></p> <p>Umfang:  <math>u = 2 \cdot a + 2 \cdot b</math></p>
<p><b>Trapez</b></p> <p>Flächeninhalt:  <math>A = \frac{a+c}{2} \cdot h</math></p> <p>Umfang:  <math>u = a + b + c + d</math></p>	<p><b>Kreis</b></p> <p>Radius: <math>r</math></p> <p>Durchmesser: <math>d = 2 \cdot r</math></p> <p>Flächeninhalt: <math>A = \pi \cdot r^2</math></p> <p>Umfang: <math>u = 2 \cdot \pi \cdot r</math></p>
<p><b>Kreis Sektor</b></p> <p>Flächeninhalt:  <math>A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}</math></p> <p>Kreisbogen:  <math>b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}</math></p>	<p><b>Kreisring</b></p> <p>Flächeninhalt:  <math>A = A_1 - A_2</math>  <math>= \pi \cdot r_1^2 - \pi \cdot r_2^2</math></p>

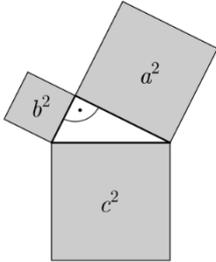
### Satz des Pythagoras

In einem *rechtwinkligen* Dreieck gilt:



Dann ist

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Die beiden *Katheten*  $a$  und  $b$  bilden einen rechten Winkel.  
 Die *Hypotenuse*  $c$  ist die längste Seite im Dreieck und liegt dem rechten Winkel gegenüber.

### Maßeinheiten

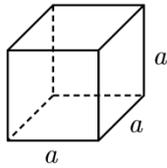
Länge	Fläche																																									
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;">Kilometer</td> <td style="width: 25%;">Meter</td> <td style="width: 25%;">Dezimeter</td> <td style="width: 25%;">Zenti- meter</td> <td style="width: 25%;">Milli- meter</td> </tr> <tr> <td>1 km</td> <td>= 1000 m</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>1 m</td> <td>= 10 dm</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>1 dm</td> <td>= 10 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>1 cm</td> <td>= 10 mm</td> </tr> </table>	Kilometer	Meter	Dezimeter	Zenti- meter	Milli- meter	1 km	= 1000 m					1 m	= 10 dm					1 dm	= 10 cm					1 cm	= 10 mm	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;">Quadrat- meter</td> <td style="width: 25%;">Quadrat- dezimeter</td> <td style="width: 25%;">Quadrat- zentimeter</td> <td style="width: 25%;">Quadrat- millimeter</td> </tr> <tr> <td>1 m<sup>2</sup></td> <td>= 100 dm<sup>2</sup></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>1 dm<sup>2</sup></td> <td>= 100 cm<sup>2</sup></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>1 cm<sup>2</sup></td> <td>= 100 mm<sup>2</sup></td> </tr> </table>	Quadrat- meter	Quadrat- dezimeter	Quadrat- zentimeter	Quadrat- millimeter	1 m <sup>2</sup>	= 100 dm <sup>2</sup>				1 dm <sup>2</sup>	= 100 cm <sup>2</sup>				1 cm <sup>2</sup>	= 100 mm <sup>2</sup>
Kilometer	Meter	Dezimeter	Zenti- meter	Milli- meter																																						
1 km	= 1000 m																																									
	1 m	= 10 dm																																								
		1 dm	= 10 cm																																							
			1 cm	= 10 mm																																						
Quadrat- meter	Quadrat- dezimeter	Quadrat- zentimeter	Quadrat- millimeter																																							
1 m <sup>2</sup>	= 100 dm <sup>2</sup>																																									
	1 dm <sup>2</sup>	= 100 cm <sup>2</sup>																																								
		1 cm <sup>2</sup>	= 100 mm <sup>2</sup>																																							

**Geometrische Körper**

**Würfel**

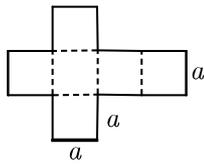
Volumen:

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$



Oberfläche:

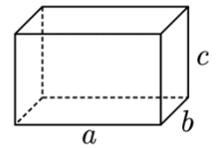
$$O = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot a^2$$



**Quader**

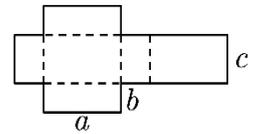
Volumen:

$$V = a \cdot b \cdot c$$



Oberfläche:

$$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot c \cdot a$$



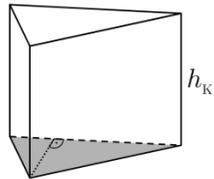
**Prisma**

*Beispiel: Dreiecksprisma*

Grundfläche:  $G$

Höhe des Körpers:  $h_K$

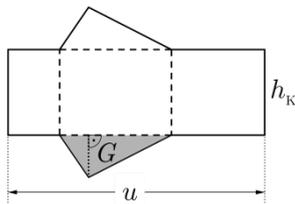
Umfang der Grundfläche:  $u$



Volumen:  $V = G \cdot h_K$

Mantelfläche:  $M = u \cdot h_K$

Oberfläche:  $O = 2 \cdot G + M$

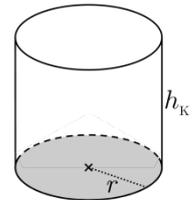


**Zylinder**

Grundfläche (Kreis):  $G = \pi \cdot r^2$

Höhe des Körpers:  $h_K$

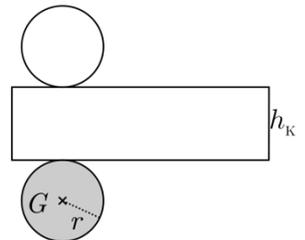
Umfang der Grundfläche:  $u = 2 \cdot \pi \cdot r$



Volumen:  $V = G \cdot h_K$

Mantelfläche:  $M = u \cdot h_K$

Oberfläche:  $O = 2 \cdot G + M$



**Pyramide**

*Beispiel: Quadratische Pyramide*

Grundfläche:  $G$

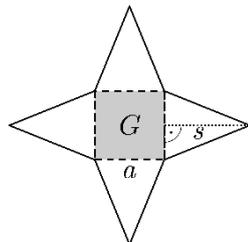
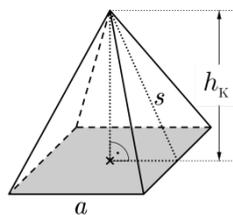
Höhe des Körpers:  $h_K$

Höhe der Seitenfläche:  $s$

Volumen:  $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

Mantelfläche:  $M$

Oberfläche:  $O = G + M$



**Kegel**

Grundfläche (Kreis):  $G = \pi \cdot r^2$

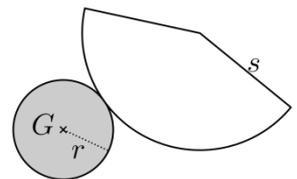
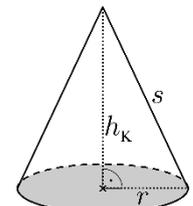
Höhe des Körpers:  $h_K$

Länge der Mantellinie:  $s$

Volumen:  $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

Mantelfläche:  $M = \pi \cdot r \cdot s$

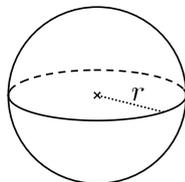
Oberfläche:  $O = G + M$



**Kugel**

Volumen:  $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Oberfläche:  $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$



**Maßeinheiten**

**Volumen**

Kubikmeter	Kubikdezimeter	Kubikzentimeter	Kubikmillimeter
1 m <sup>3</sup>	= 1 000 dm <sup>3</sup>		
	1 dm <sup>3</sup>	= 1 000 cm <sup>3</sup>	
		1 cm <sup>3</sup>	= 1 000 mm <sup>3</sup>

Liter (ℓ)	1 dm <sup>3</sup> = 1 ℓ	= 1 000 ml	
		1 cm <sup>3</sup>	= 1 ml

**Masse**

Tonne	Kilogramm	Gramm	Milligramm
1 t	= 1 000 kg		
	1 kg	= 1 000 g	
		1 g	= 1 000 mg

**Prozent- und Zinsrechnung**

**Prozentrechnung**

Grundwert:  $G \hat{=} 100\%$

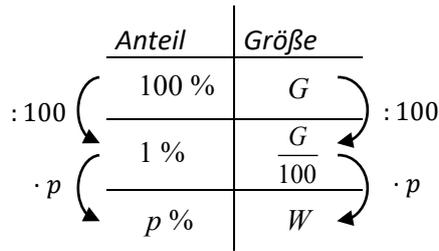
$$G = \frac{W}{p\%}$$

Prozentsatz:  $p\% = \frac{p}{100}$

$$p\% = \frac{W}{G}$$

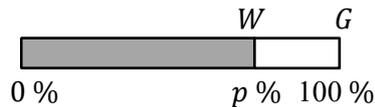
Prozentwert:  $W$

$$W = G \cdot p\%$$



Prozentsätze zur Orientierung

1 %	$= \frac{1}{100} = 0,01$
5 %	$= \frac{1}{20} = 0,05$
10 %	$= \frac{1}{10} = 0,1$
25 %	$= \frac{1}{4} = 0,25$
33,3 %	$= \frac{1}{3} = 0,\bar{3}$
50 %	$= \frac{1}{2} = 0,5$
100 %	$= \frac{100}{100} = 1$

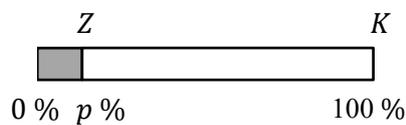


**Zinsrechnung**

Kapital:  $K \hat{=} 100\%$

Zinssatz:  $p\%$

Zinsen:  $Z$



Jahreszinsen

$$Z = K \cdot p\%$$

Monatszinsen

m: Anzahl der Monate

$$Z_m = K \cdot p\% \cdot \frac{m}{12}$$

Tageszinsen

t: Anzahl der Tage

$$Z_t = K \cdot p\% \cdot \frac{t}{360}$$

**Zinseszins**

Anfangskapital:  $K_0$

Zinsfaktor:  $q = 1 + \frac{p}{100}$

Anzahl der Jahre:  $n$

Kapital mit Zinseszins Jahr für Jahr

1. Jahr:  $K_1 = K_0 \cdot q$

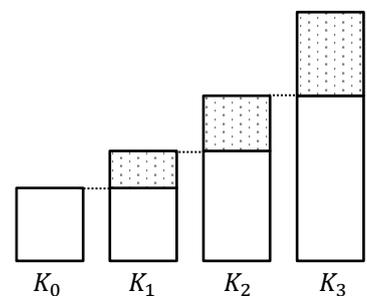
2. Jahr:  $K_2 = K_1 \cdot q$

3. Jahr:  $K_3 = K_2 \cdot q$

⋮ ⋮

Kapital mit Zinseszins nach n Jahren

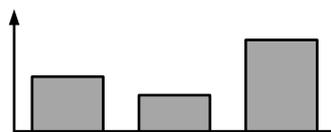
$$K_n = K_0 \cdot q^n$$



**Diagramme**

**Werte darstellen**

Säulendiagramm

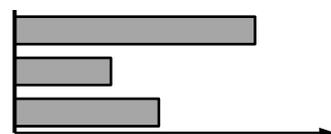


**Anteile darstellen**

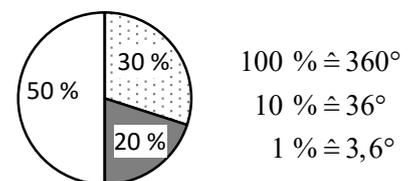
Streifendiagramm



Balkendiagramm



Kreisdiagramm



**Daten**

**Häufigkeiten**

*absolute Häufigkeit*

Die absolute Häufigkeit gibt an, wie oft ein bestimmter Wert (*Merkmal/Ergebnis/Ereignis*) bei einer Befragung/einem Experiment auftritt.

*Beispiel:*

In der Klasse 9a sind 30 Schülerinnen und Schüler: 12 Mädchen und 18 Jungen.

	Mädchen	Jungen
absolute Häufigkeit	12	18
relative Häufigkeit	$\frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$	$\frac{18}{30} = \frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$

*relative Häufigkeit*

Die relative Häufigkeit gibt das *Verhältnis* von der absoluten Häufigkeit eines Wertes zu der Anzahl aller Werte an.

$$\text{relative Häufigkeit} = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Anzahl aller Werte}}$$

**Daten sammeln und ordnen**

*Urliste*

In einer Urliste liegen alle Werte einer Befragung in der Reihenfolge vor, wie sie beobachtet wurden.

*Beispiel:*

Freunde notieren ihre Schuhgrößen.

	ungerade Anzahl: fünf Freunde	gerade Anzahl: vier Freunde
Urliste	40 ; 39 ; 39 ; 43 ; 38	40 ; 39 ; 38 ; 45
Rangliste	38 ; 39 ; 39 ; 40 ; 43	38 ; 39 ; 40 ; 45

*Rangliste*

In einer Rangliste liegen alle Werte einer Befragung in geordneter Reihenfolge vor.

**Mittelwerte**

*arithmetisches Mittel  $\bar{x}$*

Das arithmetische Mittel (*Durchschnittswert*) ist die Summe aller Werte geteilt durch die Anzahl der Werte.

*Beispiel:*

Freunde vergleichen ihre Schuhgrößen.

	ungerade Anzahl: fünf Werte	gerade Anzahl: vier Werte
arithmetisches Mittel	$\frac{(38 + 39 + 39 + 40 + 43)}{5} = \frac{199}{5} = 39,8$	$\frac{(38 + 39 + 40 + 45)}{4} = \frac{162}{4} = 40,5$
Median	38 ; 39 ; <u>39</u> ; 40 ; 43 Median 39	38 ; <u>39 ; 40</u> ; 45 Median 39 oder 40 bzw.: $(39 + 40) : 2 = 39,5$

*Median  $\tilde{x}$*

Der Wert, der in der Mitte einer Rangliste steht, heißt Median (*Zentralwert*).

**Wahrscheinlichkeitsrechnung**

**Laplace-Wahrscheinlichkeit**

Laplace-Versuche sind Zufallsversuche, bei denen jedes Ergebnis gleich wahrscheinlich ist.

*Beispiel:*

Wurf eines Würfels

Für die Wahrscheinlichkeit *P* eines Ereignisses *E* gilt:

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

Ereignis: *E* : „Die Augenzahl ist gerade.“  
 günstige Ergebnisse: 2;4;6  
 mögliche Ergebnisse: 1;2;3;4;5;6  
 Wahrscheinlichkeit:  $P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$

**Funktionen**

Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung. Dabei wird jeder Ausgangsgröße genau eine Größe zugeordnet.  
Eine Funktion kann auf unterschiedliche Weise angegeben werden:

Wortform

Zuordnungsvorschrift

Wertetabelle

Graph

Beispiel:

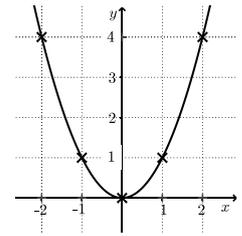
„Jeder Zahl wird ihre  
Quadratzahl zugeordnet.“

$$x \mapsto x^2$$

Funktionsgleichung

$$y = x^2$$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



**Lineare Funktionen**

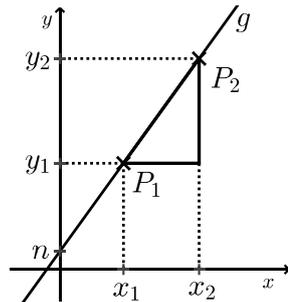
allgemeine Geradengleichung

$$g: y = m \cdot x + n$$

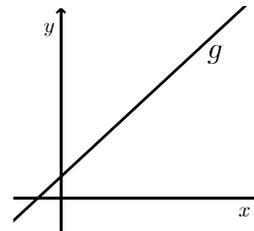
Steigung der Geraden

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; \quad x_2 \neq x_1$$

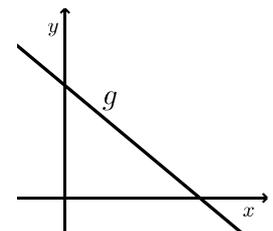
y-Achsen-Abschnitt: n



$m > 0$   
die Gerade g steigt



$m < 0$   
die Gerade g fällt

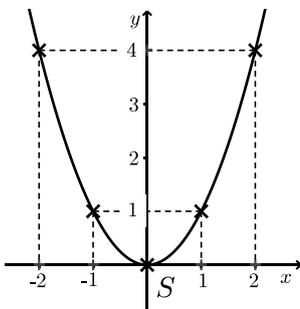


**Eigenschaften von quadratischen Funktionen**

Normalparabel

$$y = x^2$$

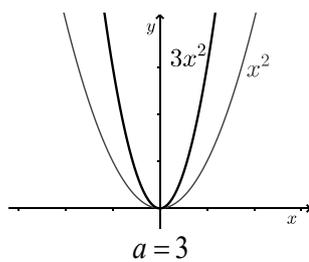
Scheitelpunkt  $S(0|0)$



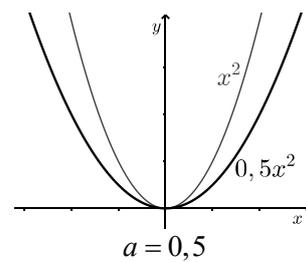
gestreckte/gestauchte Parabel:  $y = a \cdot x^2$ ,

Streckfaktor: a,  $a \neq 0$

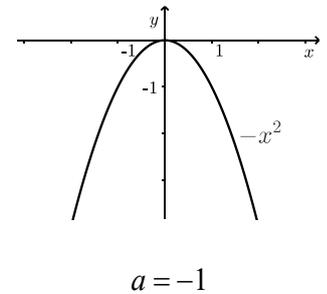
$a > 1$   
(oder  $a < -1$ )  
Die Parabel ist  
gestreckt



$0 < a < 1$   
(oder  $-1 < a < 0$ )  
Die Parabel ist  
gestaucht



$a < 0$   
Die Parabel ist nach  
unten geöffnet



**Eigenschaften von exponentiellem Wachstum**

Anfangswert (Startwert)

$$W_0$$

prozentuale Zunahme

prozentuale Abnahme

Wachstumsfaktor

$$q$$

um p%:

um p%:

$$q > 1$$

$$0 < q < 1$$

Anzahl der Zeitabstände

$$n$$

Gleichung

$$W_n = W_0 \cdot q^n$$

$$q = 1 + \frac{p}{100}$$

$$q = 1 - \frac{p}{100}$$

