



Name: _____

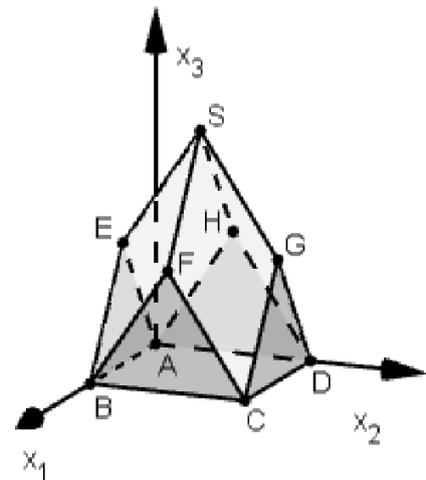
Beispielaufgabe Abiturprüfung (auf Grundlage des neuen Kernlehrplans vom 01.08.2023) *Mathematik, Grundkurs*

Prüfungsteil B: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabenstellung

Die Abbildung zeigt modellhaft das Dach eines Kirchturms. Die Eckpunkte der dreieckigen Giebelflächen (grau markiert) und der viereckigen Dachflächen werden durch die Punkte A , $B(8|0|0)$, $C(8|8|0)$, D , $E(4|0|6)$, $F(8|4|6)$, $G(4|8|6)$, H und $S(4|4|12)$ dargestellt.

Die vier Dachflächen haben die gleiche Form und die gleiche Größe. Im verwendeten Koordinatensystem entspricht eine Längeneinheit einem Meter in der Realität. Die Materialstärken der Bauteile des Dachs sollen im Folgenden vernachlässigt werden.



- a) Die Ebene L enthält die Punkte C , G und F .

Geben Sie eine Gleichung von L in Parameterform an und zeigen Sie, dass auch S in L liegt.

(3 Punkte)

- b) (1) Weisen Sie nach, dass das Viereck $CGSF$ eine Raute ist.
(2) Berechnen Sie den gesamten Flächeninhalt der Dachflächen.

(2 + 3 Punkte)



Name: _____

- c) Gegeben ist die Ebene $N : x_1 - x_2 = 0$.

Weisen Sie nach, dass F sich durch Spiegelung von G an N ergibt.

(3 Punkte)

- d) Zur Stabilisierung wird zwischen den durch E und G dargestellten Giebelspitzen ein gerader Stahlträger montiert. Der Mittelpunkt dieses Stahlträgers wird durch $M(4|4|6)$ beschrieben. Von diesem Mittelpunkt aus soll eine möglichst kurze Stütze zum durch \overline{SF} dargestellten Balken verlaufen. Der Punkt, in dem die Stütze auf den Balken trifft, wird im Modell mit R bezeichnet.

Berechnen Sie die Koordinaten von R .

(4 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- CAS/MMS (Computer-Algebra-System / modulares Mathematiksystem)
- Ländergemeinsame mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung oder inhaltsgleiche Formelsammlung oder das „Dokument mit mathematischen Formeln“ (ab 2027 verpflichtend) oder mathematische Formelsammlung (bis 2026 zugelassen)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Beispielaufgabe Abiturprüfung

(auf Grundlage des neuen Kernlehrplans vom 01.08.2023)

Mathematik, Grundkurs

Prüfungsteil B: Aufgaben mit Hilfsmitteln

1. Aufgabenart / Inhaltsbereich

Aufgabe mit realitätsnahem Kontext / Vektorielle Geometrie

2. Aufgabenstellung¹

siehe Prüfungsaufgabe

3. Materialgrundlage

Nach IQB: Pool für das Jahr 2022, Mathematik, Grundlegendes Anforderungsniveau, Prüfungsteil B, Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2), Aufgabe 2 (MMS)

4. Bezüge zum Kernlehrplan

Die Aufgaben weisen vielfältige Bezüge zu Kompetenzbereichen und Inhaltsfeldern des Kernlehrplans auf. Im Folgenden wird auf Bezüge von zentraler Bedeutung hingewiesen.

Inhaltsfelder und inhaltliche Schwerpunkte

Analytische Geometrie und Lineare Algebra

- Vektoroperation: Skalarprodukt
- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenvektor
- Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen
- Schnittpunkte: Geraden und Ebenen
- Lineare Gleichungssysteme

5. Zugelassene Hilfsmittel

- CAS/MMS (Computer-Algebra-System / modulares Mathematiksystem)
- Ländergemeinsame mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung oder inhaltsgleiche Formelsammlung oder das „Dokument mit mathematischen Formeln“ (ab 2027 verpflichtend) oder mathematische Formelsammlung (bis 2026 zugelassen)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

6. Modellösungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Prüflinge muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein.

Teilaufgabe a)

$$L: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Teilaufgabe b)

$$(1) \quad \vec{CF} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \vec{GS}, \quad |\vec{CG}| = \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = |\vec{CF}|$$

$$(2) \quad 4 \cdot \frac{1}{2} |\vec{FG}| \cdot |\vec{CS}| = 2 \cdot \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 12 \end{pmatrix} \right| \approx 150,$$

d. h. der Flächeninhalt beträgt etwa 150 m^2 .

Teilaufgabe c)

\vec{FG} ist parallel zum Normalenvektor von N .

Mittelpunkt von \vec{FG} : $P(6|6|6)$

$6 - 6 = 0$, d.h. P liegt in N .

Teilaufgabe d)

Mit $\vec{OR} = \vec{OS} + \sigma \cdot \vec{SF}$ ergibt sich:

$$(\vec{OR} - \vec{OM}) \circ \vec{SF} = 0 \Leftrightarrow \sigma = \frac{9}{13}, \text{ d.h. } R \left(\frac{88}{13} \mid 4 \mid \frac{102}{13} \right).$$

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe a)

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
1	gibt eine Gleichung von L in Parameterform an.	2			
2	zeigt, dass S in L liegt.	1			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (3)					
Summe Teilaufgabe a)		3			

Teilaufgabe b)

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
1	(1) weist nach, dass das Viereck $CGSF$ eine Raute ist.	2			
2	(2) berechnet den gesamten Flächeninhalt der Dachflächen.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (5)					
Summe Teilaufgabe b)		5			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe c)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
1	weist nach, dass F sich durch Spiegelung von G an N ergibt.	3			
	Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (3)				
	Summe Teilaufgabe c)	3			

Teilaufgabe d)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
1	berechnet die Koordinaten von R .	4			
	Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (4)				
	Summe Teilaufgabe d)	4			

Summe insgesamt	15			
------------------------	-----------	--	--	--