



Name: \_\_\_\_\_

## Beispielaufgabe Abiturprüfung ab 2021

### *Mathematik, Grundkurs*

---

### Prüfungsteil B: Aufgaben mit Hilfsmitteln

#### Aufgabenstellung:

In einer Anlage zur Getränkeabfüllung werden zwei Maschinen zur Abfüllung von 330 ml-Flaschen betrieben. Bei einer Kontrolle werden je 20 Flaschen stichprobenartig entnommen und die tatsächlichen Füllmengen gemessen. Die Häufigkeiten der auf 1 ml gerundeten Messwerte sind in den folgenden Tabellen aufgeführt.

#### Maschine A

Füllmenge in ml	327	328	329	330	331	332	333
Häufigkeit	1	1	4	9	2	2	1

#### Maschine B

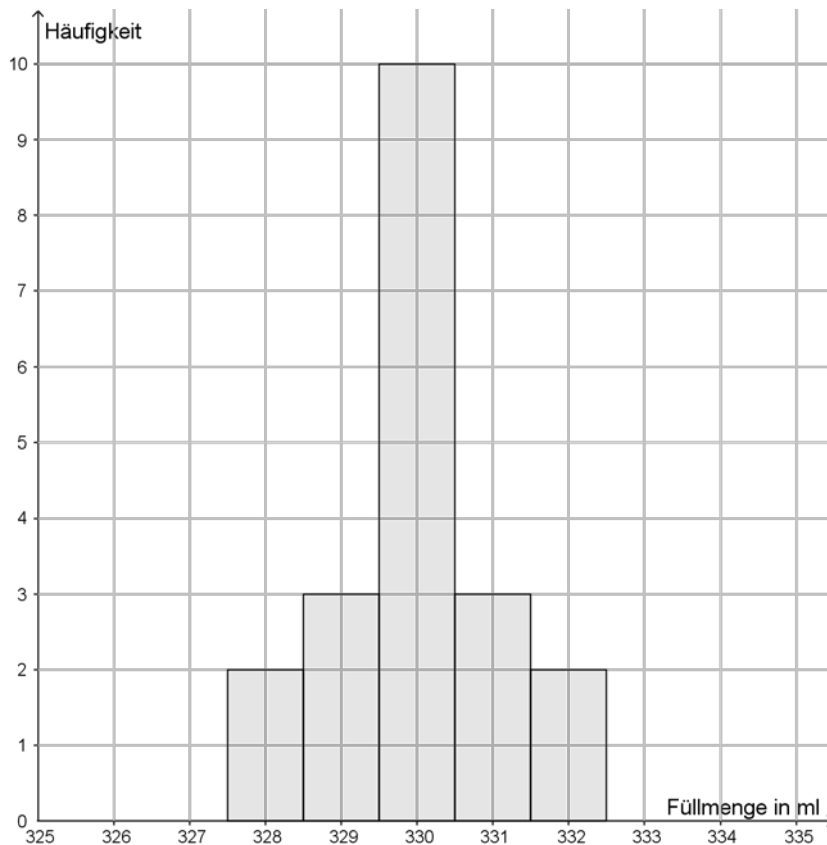
Füllmenge in ml	327	328	329	330	331	332	333
Häufigkeit	0	2	3	10	3	2	0



Name: \_\_\_\_\_

a) Die folgende *Abbildung 1* zeigt das Histogramm zu den Daten von Maschine B.

(1) *Zeichnen Sie das entsprechende Histogramm zu den Daten von Maschine A in  
Abbildung 1 ein.*



*Abbildung 1*

Um zu beurteilen, ob eine Maschine gut arbeitet, werden der Mittelwert und die Streuung berücksichtigt. Eine Maschine arbeitet umso besser, je näher die Abfüllung im Mittel am Wert 330 ml liegt und je kleiner die Streuung ist.

Für die Maschine A beträgt der Mittelwert 330 ml und die Standardabweichung etwa 1,34 ml.

(2) *Beurteilen Sie rechnerisch, welche Maschine besser arbeitet.*

(2 + 5 Punkte)



Name: \_\_\_\_\_

Eine Flasche, in die gerundet weniger als 330 ml abgefüllt werden, wird im Kontext dieser Aufgabe als Minderbefüllung bezeichnet.

b) In dieser Teilaufgabe wird Maschine A näher betrachtet. Es sollen 100 zufällig ausgewählte Flaschen dieser Maschine untersucht werden. Die Zufallsgröße  $X$ : „Anzahl der Minderbefüllungen“ in einer Stichprobe wird als binomialverteilt angenommen mit  $p = 0,3$ .

(1) Es sei  $E$  das Ereignis: „Es treten genau 25 Minderbefüllungen auf.“  
*Entscheiden Sie, welcher der folgenden Ansätze zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses  $E$  genutzt werden kann und erläutern Sie die einzelnen Bestandteile dieses ausgewählten Ansatzes.*

(I)  $P(E) = 0,3^{25} \cdot 0,7^{75}$

(II)  $P(E) = \binom{100}{25} \cdot 0,3^{25} \cdot 0,7^{75}$

(III)  $P(E) = \frac{100}{25} \cdot 0,3^{25} \cdot 0,7^{75}$

(IV)  $P(E) = 25 \cdot 0,3 + 75 \cdot 0,7$

(2) *Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Es treten weniger als 30 Minderbefüllungen auf“.*

(3) *Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Es treten mindestens 40 Minderbefüllungen auf“.*

(4) *Geben Sie ein auf diesen Kontext bezogenes Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit gemeinsam mit den Wahrscheinlichkeiten aus (2) und (3) in der Summe 1 ergibt.*

(3 + 2 + 2 + 2 Punkte)



Name: \_\_\_\_\_

c) In dieser Teilaufgabe wird Maschine  $B$  näher betrachtet. In den Herstellerangaben zu Maschine  $B$  steht, dass mit 30% Minderbefüllungen gerechnet werden kann. Der verantwortliche Maschinenmeister hat die Vermutung, dass die Maschine  $B$  besser arbeitet als angegeben. Mit einer Stichprobe von 200 Flaschen will er seine Vermutung nun überprüfen.

Der Maschinenmeister bleibt bei seiner Vermutung, wenn in der Stichprobe höchstens 45 Minderbefüllungen sind. Andernfalls lehnt er sie ab.

(1) *Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Maschinenmeister davon ausgeht, dass die Maschine besser arbeitet, obwohl die Maschine tatsächlich mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p = 0,3$  Minderbefüllungen produziert.*

(2) Die Wahrscheinlichkeit  $p$ , dass eine zufällig ausgewählte Flasche minderbefüllt ist, soll deutlich verringert werden, so dass in der Stichprobe von 200 Flaschen durchschnittlich nur 16 minderbefüllte Flaschen zu erwarten sind.

*Ermitteln Sie, auf welchen Wert die Wahrscheinlichkeit  $p$  verringert werden muss.*

(2 + 2 Punkte)

**Zugelassene Hilfsmittel:**

- GTR (Grafikfähiger Taschenrechner)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

*Unterlagen für die Lehrkraft***Beispielaufgabe Abiturprüfung ab 2021***Mathematik, Grundkurs***Prüfungsteil B: Aufgaben mit Hilfsmitteln****1. Aufgabenart / Inhaltsbereich**

Aufgabe mit realitätsnahem Kontext / Stochastik

**2. Aufgabenstellung<sup>1</sup>**

siehe Prüfungsaufgabe

**3. Materialgrundlage**

entfällt

**4. Bezüge zu den Kernlehrplänen und den Vorgaben 2021**

Die Aufgaben weisen vielfältige Bezüge zu Kompetenzbereichen und Inhaltsfeldern des Kernlehrplans bzw. zu den in den Vorgaben ausgewiesenen Fokussierungen auf. Im Folgenden wird auf Bezüge von zentraler Bedeutung hingewiesen.

1. Inhaltsfelder und inhaltliche Schwerpunkte  
Stochastik
  - Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
  - Binomialverteilung
2. Medien/ Materialien
  - entfällt

**5. Zugelassene Hilfsmittel**

- GTR (Grafikfähiger Taschenrechner)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

---

<sup>1</sup> Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

## 6. Modellösungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Prüflinge muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“).

### Teilaufgabe a)

(1)

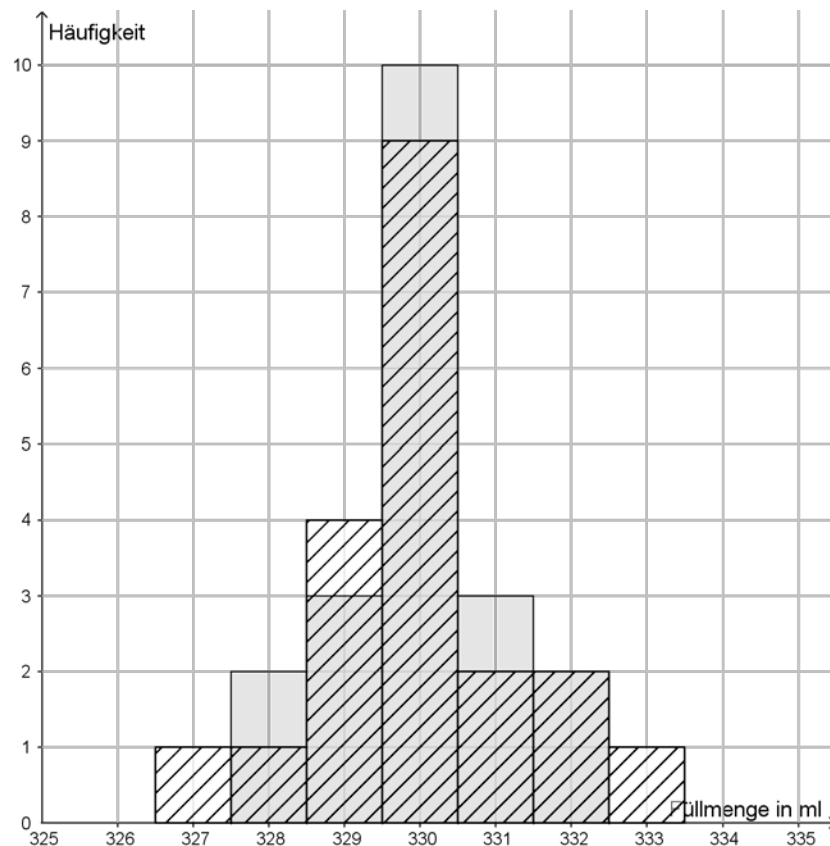


Abbildung 1

(2) Es ist  $\bar{x}_B = \frac{2 \cdot 328 + 3 \cdot 329 + 10 \cdot 330 + 3 \cdot 331 + 2 \cdot 332}{20} = 330 \text{ [ml]} = \bar{x}_A$ , daher wird die

Streuung in Form der Standardabweichung untersucht.

Es ist  $s_A \approx 1,34 \text{ [ml]}$  und  $s_B = \sqrt{\frac{2 \cdot (330 - 328)^2 + \dots + 2 \cdot (330 - 332)^2}{20}} \approx 1,05 \text{ [ml]}$ .

Daher kommt man aufgrund der Stichprobe zu dem Urteil, dass Maschine B besser arbeitet.

**Teilaufgabe b)**

- (1) Für die Berechnung des Ereignisses kann [ausschließlich] der Ansatz (II) verwendet werden. Dabei steht  $P(E)$  für die Eintrittswahrscheinlichkeit des Ereignisses  $E$ .

Der Binomialkoeffizient  $\binom{100}{25}$  gibt die Anzahl der Möglichkeiten an, wie die 25

Minderbefüllungen bei den 100 Flaschen verteilt sein können.  $0,3^{25}$  gibt die Wahrscheinlichkeit für 25 Minderbefüllungen und  $0,7^{75}$  die Wahrscheinlichkeit für 75 nicht minderbefüllte Flaschen an.

- (2) [ Die Zufallsgröße  $X$  ist binomialverteilt mit  $n = 100$  und  $p = 0,3$ . ]

Es ist  $P_{100;0,3}(X < 30) = P_{100;0,3}(X \leq 29) \approx 0,462$ .

Mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 46,2 % treten weniger als 30 Minderbefüllungen auf.

- (3) Es ist  $P_{100;0,3}(X \geq 40) \approx 0,021$ . Mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 2,1 % treten weniger als 30 Minderbefüllungen auf.

- (4) Das Ereignis „Es treten mindestens 30 und weniger als 40 Minderbefüllungen auf“ ist ein solches Ereignis. [Alle drei Ereignisse ergeben als paarweise disjunkte Vereinigung die gesamte Ergebnismenge.]

**Teilaufgabe c)**

- (1) Die Zufallsgröße  $X_2$ : „Anzahl der Minderbefüllungen“ ist binomialverteilt mit  $p = 0,3$  und  $n = 200$ . Es ist  $P_{200;0,3}(X_2 \leq 45) \approx 0,011$ .

Mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 1,1 Prozent wird der Maschinenmeister davon ausgehen, dass die Maschine besser arbeitet.

- (2) Die durchschnittlich zu erwartende Anzahl minderbefüllter Flaschen in der Stichprobe entspricht dem Erwartungswert der Zufallsgröße  $X_2$  mit  $n = 200$  und unbekanntem  $p$ .

$$E(X_2) = n \cdot p = 200 \cdot p = 16 \Leftrightarrow p = 0,08 .$$

Die Wahrscheinlichkeit muss auf 8 % verringert werden.

**7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit**

Name des Prüflings: \_\_\_\_\_ Kursbezeichnung: \_\_\_\_\_

Schule: \_\_\_\_\_

**Teilaufgabe a)**

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK <sup>2</sup>	ZK	DK
1	(1) zeichnet das entsprechende Histogramm ein.	2			
2	(2) bestimmt den Mittelwert.	2			
3	(2) bestimmt die Standardabweichung.	2			
4	(2) beurteilt, welche Maschine besser arbeitet.	1			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (7) ..... .....					
<b>Summe Teilaufgabe a)</b>		<b>7</b>			

**Teilaufgabe b)**

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
1	(1) entscheidet sich für den richtigen Ansatz.	1			
2	(1) erläutert die einzelnen Bestandteile des Ansatzes.	2			
3	(2) bestimmt die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Es treten weniger als 30 Minderbefüllungen auf“.	2			
4	(3) bestimmt die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Es treten mindestens 40 Minderbefüllungen auf“.	2			
5	(4) gibt ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit gemeinsam mit den Wahrscheinlichkeiten aus (2) und (3) in der Summe 1 ergibt.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (9) ..... .....					
<b>Summe Teilaufgabe b)</b>		<b>9</b>			

<sup>2</sup> EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur



**Teilaufgabe c)**

		Anforderungen	Lösungsqualität			
			maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
		Der Prüfling				
1		(1) ermittelt die Wahrscheinlichkeit, mit der der Maschinenmeister davon ausgeht, dass die Maschine besser arbeitet.	2			
2		(2) ermittelt, auf welchen Wert die Wahrscheinlichkeit $p$ verringert werden muss.	2			
		Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (4) ..... .....				
		<b>Summe Teilaufgabe c)</b>	<b>4</b>			
		<b>Summe insgesamt</b>	<b>20</b>			