

### Hilfsmittelfreier Teil. Beispielaufgabe 1 zur Stochastik

Ein Supermarkt verwendet für die Bearbeitung zurückgegebener Pfandflaschen eine Maschine. Diese soll einwandfreie Flaschen von deformierten Flaschen unterscheiden. Zurückgegebene Flaschen werden entweder von der Maschine abgewiesen oder angenommen. Dabei unterlaufen dem Gerät auch Fehler: Es werden manchmal auch einwandfreie Flasche abgewiesen oder deformierte Flasche angenommen. Eine Übersicht über Wahrscheinlichkeiten in diesem Zusammenhang liefert die noch unvollständige Vierfeldertafel (Tabelle).

	Flasche angenommen	Flasche abgewiesen	
Flasche einwandfrei	0,9405	0,0095	0,95
Flasche deformiert	0,0015	0,0485	0,05

Tabelle

- (1) In den beiden doppelt umrandeten Kästchen der letzten Zeile fehlen zwei Wahrscheinlichkeiten in dem vorliegenden Sachzusammenhang.

*Berechnen Sie beide Wahrscheinlichkeiten und geben Sie diese in den Kästchen an.*

- (2) *Geben Sie die Bedeutung der beiden Wahrscheinlichkeiten aus (1) in dem vorliegenden Sachzusammenhang an.*

- (3) Eine Flasche wird abgewiesen.

*Ermitteln Sie einen Term, um die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, dass die Flasche in Ordnung ist.*

Hinweis: Die konkrete Berechnung wird nicht verlangt.

**(6 Punkte)**

### Hilfsmittelfreier Teil. Beispielaufgabe 1 zur Stochastik

#### Beispiellösung

- (1)  $0,9405 + 0,0015 = 0,942$  und  $0,0095 + 0,0485 = 0,058$ .

	Flasche angenommen	Flasche abgewiesen	
Flasche einwandfrei	0,9405	0,0095	0,95
Flasche deformiert	0,0015	0,0485	0,05
	<b>0,942</b>	<b>0,058</b>	

- (2) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 94,2 % wird eine Flasche von der Maschine angenommen und mit einer Wahrscheinlichkeit von 5,8 % wird eine Flasche von der Maschine abgewiesen.

- (3) Man teilt den Anteil der abgewiesenen einwandfreien Flaschen durch den Anteil aller abgewiesenen Flaschen. Das ergibt:  $\frac{0,0095}{0,0095 + 0,0485}$ .

Der gewählte Lösungsansatz und –weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Beispiellösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

### Hilfsmittelfreier Teil. Beispielaufgabe 2 zur Stochastik

In einer Urne befinden sich zu Beginn eines Zufallsexperiments drei schwarze Kugeln (S) und zwei weiße Kugeln (W), siehe Abbildung 1. Aus der Urne werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

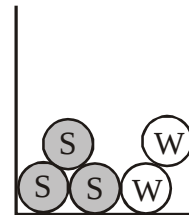


Abbildung 1

Zu dem Zufallsexperiment wurde das Baumdiagramm aus Abbildung 2 erstellt.

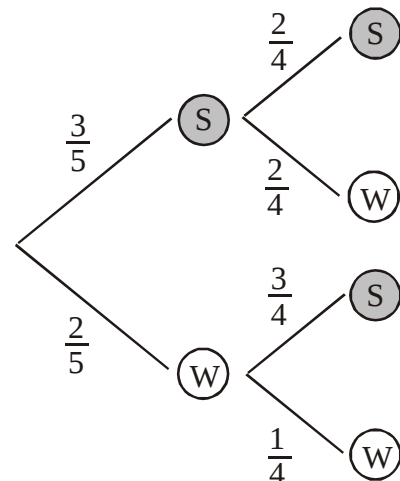


Abbildung 2

- (1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei dem Zufallsexperiment mindestens eine schwarze Kugel gezogen wird.
- (2) Die Zufallsgröße  $X$  beschreibt die Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln.  
Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße  $X$ .

**(6 Punkte)**

### Hilfsmittelfreier Teil. Beispielaufgabe 2 zur Stochastik

#### Beispiellösung

- (1)  $P(\text{„mindestens eine schwarze Kugel“}) = 1 - P(\text{„keine schwarze Kugel“}) = 1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}$   
 $= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} = 90\%$ .

Die Wahrscheinlichkeit, mit der mindestens eine schwarze Kugel gezogen wird, beträgt 90%.

- (2) Anhand der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße  $X$  kann der Erwartungswert  $\mu$  berechnet werden:

$k$	0	1	2
$P(X = k)$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0,1$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = 0,6$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = 0,3$

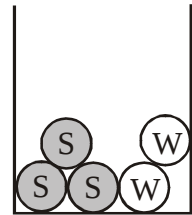
$$\mu = 0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,6 + 2 \cdot 0,3 = 1,2$$

Der Erwartungswert  $\mu$  der Zufallsgröße  $X$  beträgt 1,2.

Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Beispiellösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

### Hilfsmittelfreier Teil. Beispielaufgabe 3 zur Stochastik

In einer Urne befinden sich zu Beginn eines Zufallsexperiments drei schwarze Kugeln (S) und zwei weiße Kugeln (W), siehe Abbildung. Elena macht folgendes Zufallsexperiment: Sie zieht so lange ohne Zurücklegen Kugeln aus der Urne, bis sie zum ersten Mal eine weiße Kugel gezogen hat. Ein möglicher Versuchsausgang ist zum Beispiel s – s – w, hier gibt es drei Züge.



Abbildung

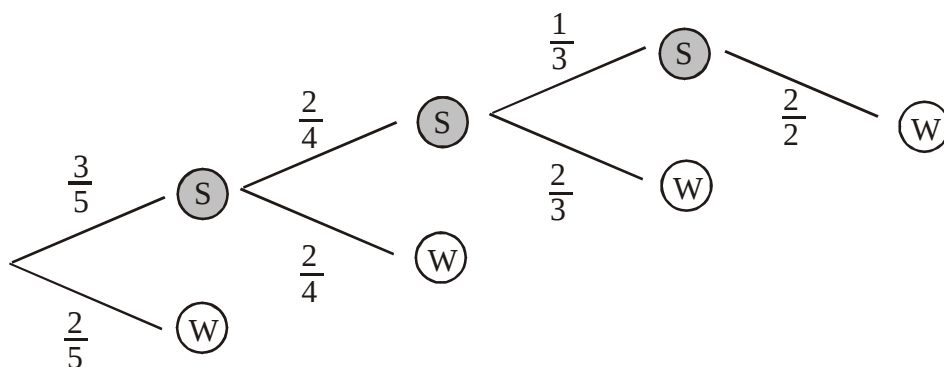
- (1) Zeichnen Sie für Elenas Zufallsexperiment ein vollständiges Baumdiagramm mit allen Pfadwahrscheinlichkeiten.
- (2) Die Zufallsgröße  $X$  beschreibt die Anzahl der Züge des Experimentes. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße  $X$ .

(6 Punkte)

### Hilfsmittelfreier Teil. Beispielaufgabe 3 zur Stochastik

#### Beispiellösung

(1)



(2)

$k$	1	2	3	4
$P(X = k)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{5}$	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{1}{10}$

Der gewählte Lösungsansatz und –weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Beispiellösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.