



Name: _____

Beispielaufgaben Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase ab 2024

Mathematik

Prüfungsteil A: Aufgaben ohne Hilfsmittel Beispiel 4

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^2 + 3 \cdot x - \frac{5}{2}$$
$$= -\frac{1}{2} \cdot (x-3)^2 + 2, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Die *Abbildung 1* zeigt den Graphen von f .

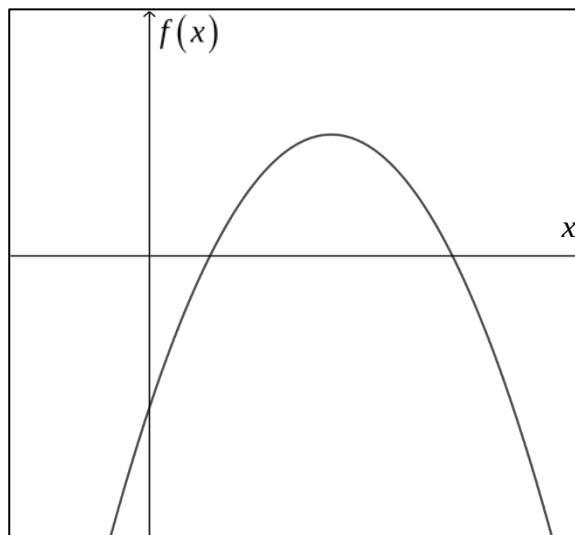


Abbildung 1

- a) Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes des Graphen von f und die Wertemenge von f an.

(2 Punkte)

- b) Berechnen Sie, an welcher Stelle der Graph von f eine Tangente mit der Steigung 1 besitzt.

(2 Punkte)

- c) Die Funktion f ist die Ableitung einer Funktion F .

Skizzieren Sie in die *Abbildung 2* einen möglichen Verlauf des Graphen von F .

(2 Punkte)

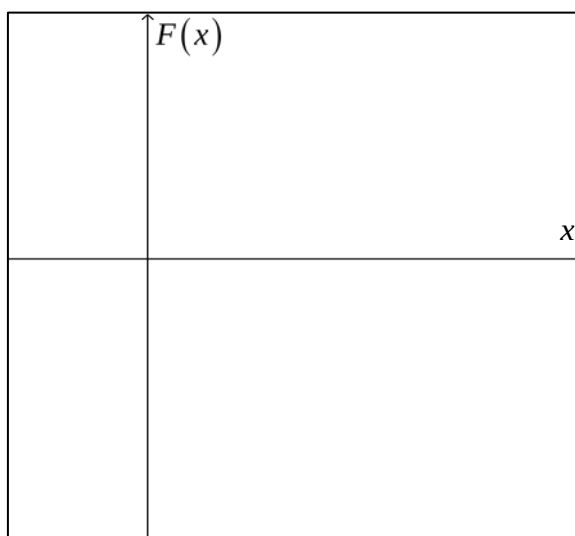


Abbildung 2



Name: _____

Aufgabe 2:

Gegeben ist ein Quader $ABCDEFGH$.

Es gilt:

$$A(8|0|0),$$

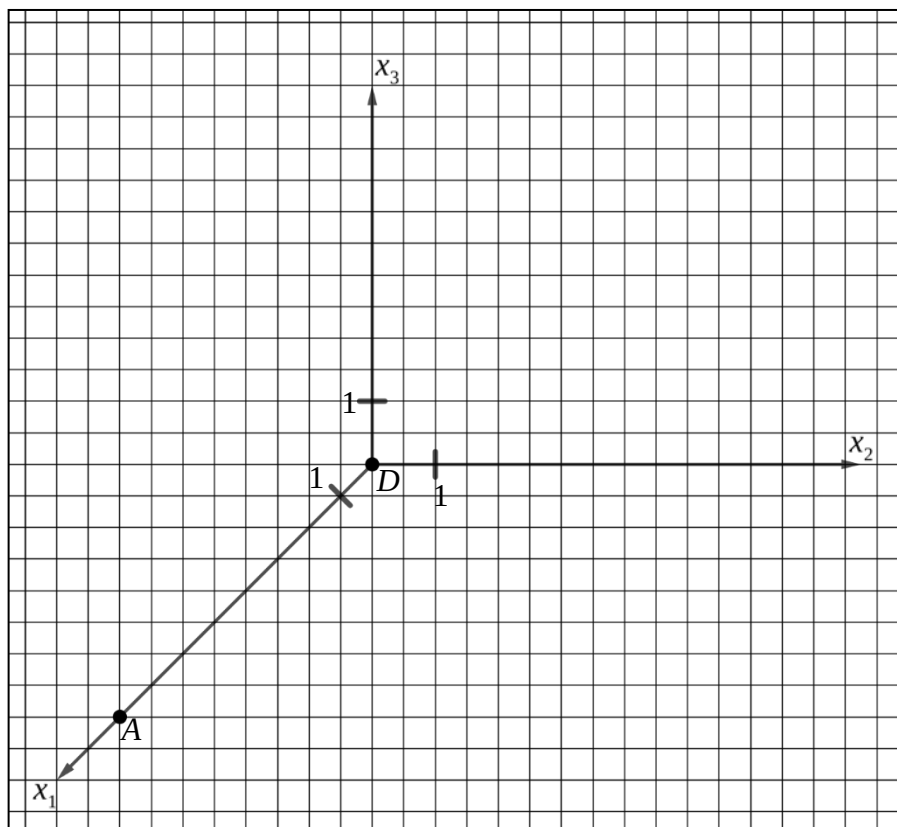
$$B(8|4|0),$$

$$C(0|4|0),$$

$$D(0|0|0),$$

$$E(8|0|3).$$

In der *Abbildung* sind die Punkte A und D bereits eingezeichnet.



Abbildung

a) Vervollständigen Sie den Quader in der *Abbildung*.

(2 Punkte)

b) Berechnen Sie die Länge einer Raumdiagonale des Quaders.

(2 Punkte)

c) (1) Es gibt einen Punkt P innerhalb des Quaders, der von allen acht Eckpunkten gleich weit entfernt ist.

Geben Sie die Koordinaten von P an.

(2) Geben Sie außerdem die Koordinaten des Eckpunktes des Quaders an, der die größte Entfernung zu D besitzt.

(2 Punkte)

Hinweis:

Zeichengeräte sowie ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung sind zugelassen.

*Unterlagen für die Lehrkraft***Beispielaufgaben Zentrale Klausur
am Ende der Einführungsphase ab 2024***Mathematik***1. Aufgabenart / Inhaltsbereich**

Prüfungsteil A: Hilfsmittelfrei zu bearbeitende Aufgaben

Aufgabe 1: Inhaltsfeld Funktionen und Analysis

Aufgabe 2: Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra

2. Aufgabenstellung ¹

siehe Prüfungsaufgaben

3. Materialgrundlage

entfällt

4. Bezüge zum Kernlehrplan und zu den Vorgaben 2024

Die Aufgaben weisen vielfältige Bezüge zu Kompetenzbereichen und Inhaltsfeldern des Kernlehrplans bzw. zu den in den Vorgaben ausgewiesenen Fokussierungen auf. Im Folgenden wird auf Bezüge von zentraler Bedeutung hingewiesen.

Inhaltsfelder und inhaltliche Schwerpunkte**Funktionen und Analysis**

- Funktionen: Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, ganzrationale Funktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$
- Transformationen: Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung, Streckung
- Grundverständnis des Ableitungsbegriffs: mittlere und lokale Änderungsrate, graphisches Ableiten, Sekante und Tangente
- Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte

Analytische Geometrie und Lineare Algebra

- Koordinatisierungen des Raumes: Punkte, Ortsvektoren, Vektoren
- Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar
- Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

5. Zugelassene Hilfsmittel

Zeichengeräte sowie ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung sind zugelassen.

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Für die Leistungen werden entsprechend der konkreten Lösungsqualität Punkte im vorgegebenen Rahmen vergeben. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“). Es dürfen nur ganzzahlige Punkte vergeben werden.

Aufgabe 1:

Modelllösung a)

Für den Scheitelpunkt S des Graphen von f gilt $S(3|2)$.

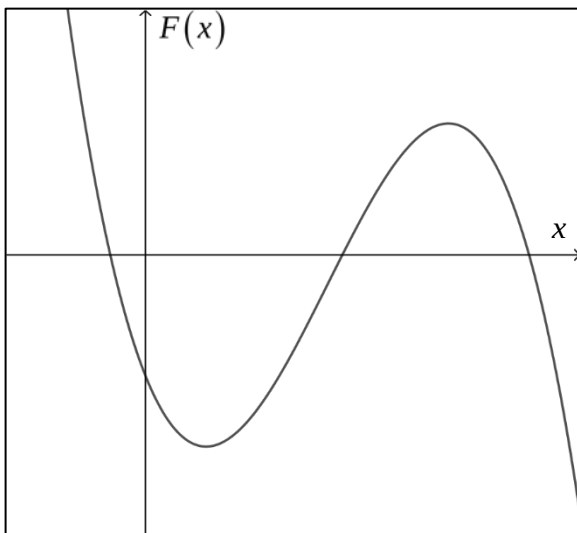
$$W_f =]-\infty; 2].$$

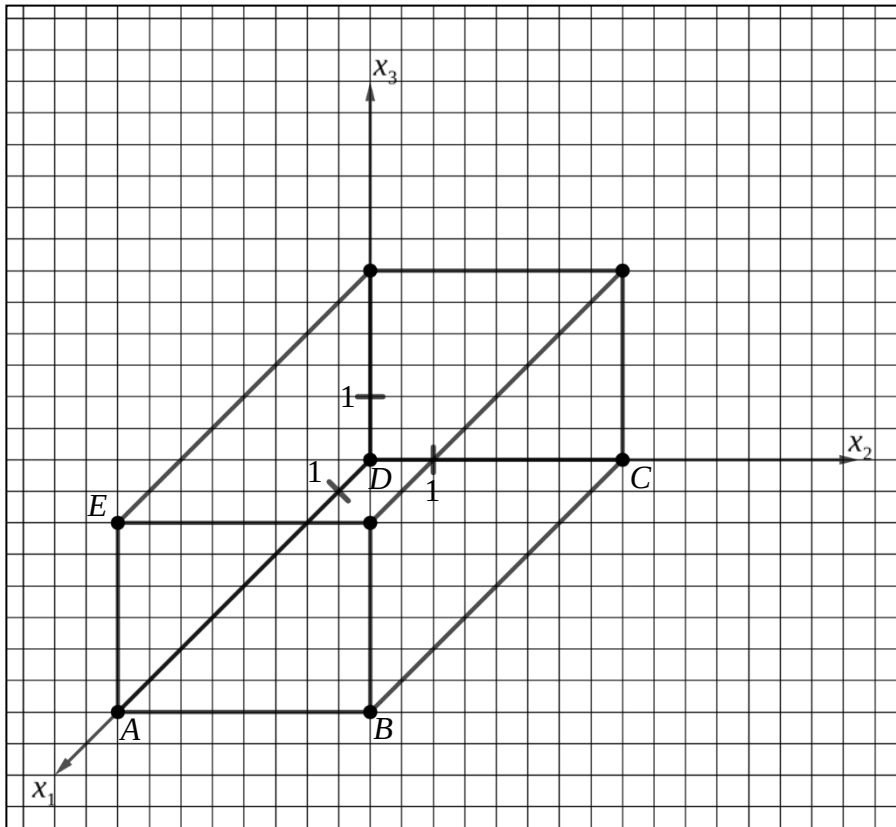
[Hinweis: Die Intervallschreibweise ist dem „Dokument mit mathematischen Formeln“ des Ministeriums für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen entnommen.]

Modelllösung b)

$$f'(x) = -x + 3 = 1 \Leftrightarrow x = 2.$$

Modelllösung c)



Aufgabe 2:**Modelllösung a)****Modelllösung b)**

Für die Raumdiagonale \overline{CE} gilt: $|\overline{CE}| = \left| \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{8^2 + (-4)^2 + 3^2} = \sqrt{89}$.

Modelllösung c)

(1) $P(4|2|1,5)$.

(2) Der Eckpunkt $F(8|4|3)$ hat die größte Entfernung zu D .