Name: ____________________

Beispielaufgaben Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase ab 2024

Mathematik

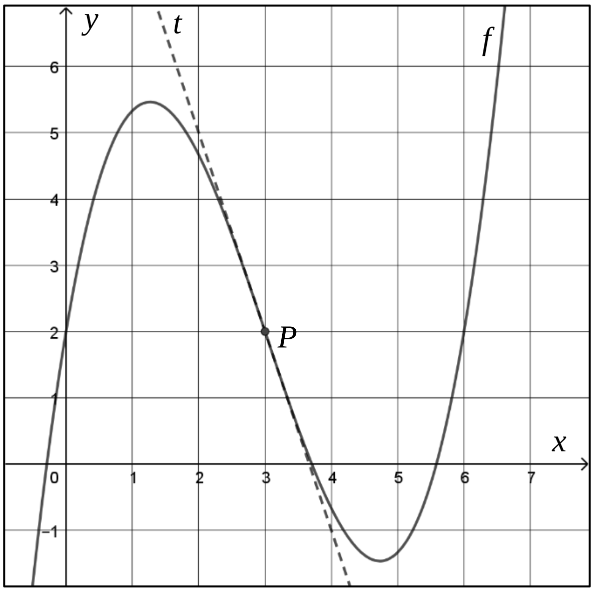
Prüfungsteil A: Aufgaben ohne Hilfsmittel
Beispiel 3

Aufgabe 1:

Die *Abbildung* zeigt den Graphen der Funktion f mit

$$f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 2,\ x \in \mathbb{R},$$

und die Tangente t an den Graphen von f im Punkt $P(3|2)$.



Abbildung

(1) *Berechnen Sie* $f'(3)$.

(2) *Zeichnen Sie die Normale n zur Tangente t im Punkt P in die Abbildung ein.*

(3) *Berechnen Sie eine Gleichung der Normale n.*

(2 + 1 + 3 Punkte)

Name: ____________________

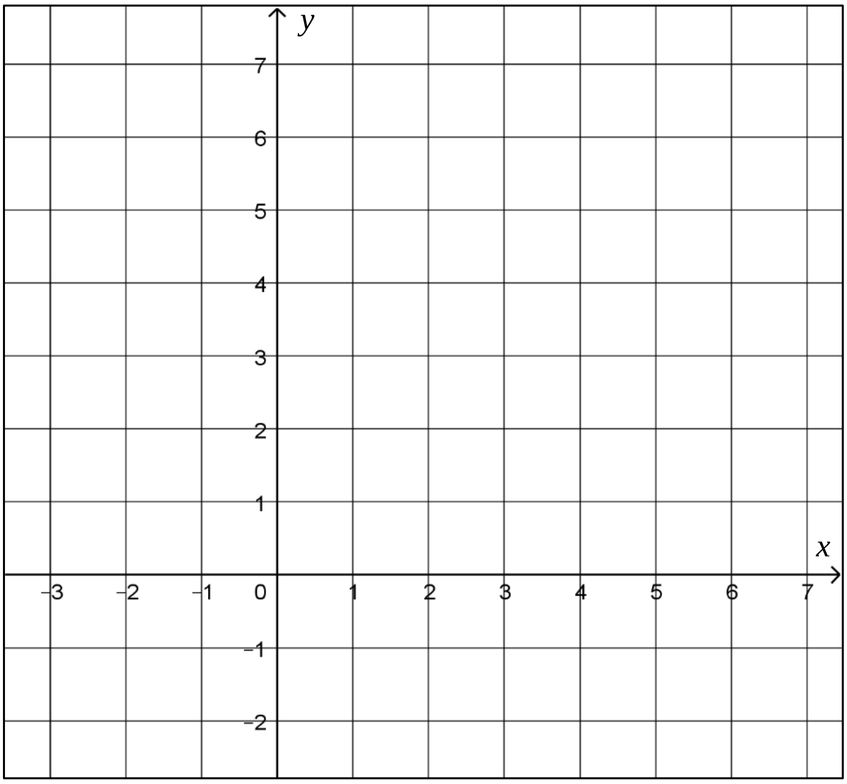
Aufgabe 2:

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) *Bestimmen Sie zeichnerisch $\vec{a} + 2 \cdot \vec{b}$.*

[Hinweis: Zeichnen Sie den Vektor $\vec{a}$ ausgehend vom Koordinatenursprung ein.]

(2 Punkte)



Abbildung

b) (1) *Geben Sie die Koordinaten eines Vektors $\overrightarrow{v_1}$ an, der sowohl kollinear zu $\vec{a}$ als auch kürzer als $\vec{a}$ ist.*

(2) *Geben Sie die Koordinaten eines Vektors $\overrightarrow{v_2}$ an, der senkrecht zum Vektor $\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$ liegt.*

(1 + 1 Punkte)

c) Es wird nun angenommen, dass sich der Vektor $\vec{a}$ – ähnlich wie der Sekundenzeiger einer Uhr – um den Koordinatenursprung dreht. Dadurch wird eine Kreisscheibe festgelegt.

Entscheiden Sie rechnerisch, ob der Punkt $P(2|2)$ innerhalb oder außerhalb der Kreisscheibe liegt.

(2 Punkte)

Hinweis:

Zeichengeräte sowie ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung sind zugelassen.

Unterlagen für die Lehrkraft

Beispielaufgaben Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase ab 2024

Mathematik

1. Aufgabenart / Inhaltsbereich

Prüfungsteil A: Hilfsmittelfrei zu bearbeitende Aufgaben

Aufgabe 1: Inhaltsfeld Funktionen und Analysis

Aufgabe 2: Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra

2. Aufgabenstellung [1]

siehe Prüfungsaufgaben

3. Materialgrundlage

entfällt

4. Bezüge zum Kernlehrplan und zu den Vorgaben 2024

Die Aufgaben weisen vielfältige Bezüge zu Kompetenzbereichen und Inhaltsfeldern des Kernlehrplans bzw. zu den in den Vorgaben ausgewiesenen Fokussierungen auf. Im Folgenden wird auf Bezüge von zentraler Bedeutung hingewiesen.

Inhaltsfelder und inhaltliche Schwerpunkte

Funktionen und Analysis

- Funktionen: Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, ganzrationale Funktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$
- Transformationen: Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung, Streckung
- Grundverständnis des Ableitungsbegriffs: mittlere und lokale Änderungsrate, graphisches Ableiten, Sekante und Tangente
- Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte

Analytische Geometrie und Lineare Algebra

- Koordinatisierungen des Raumes: Punkte, Ortsvektoren, Vektoren
- Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar
- Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität

[1] Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

5. Zugelassene Hilfsmittel

Zeichengeräte sowie ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung sind zugelassen.

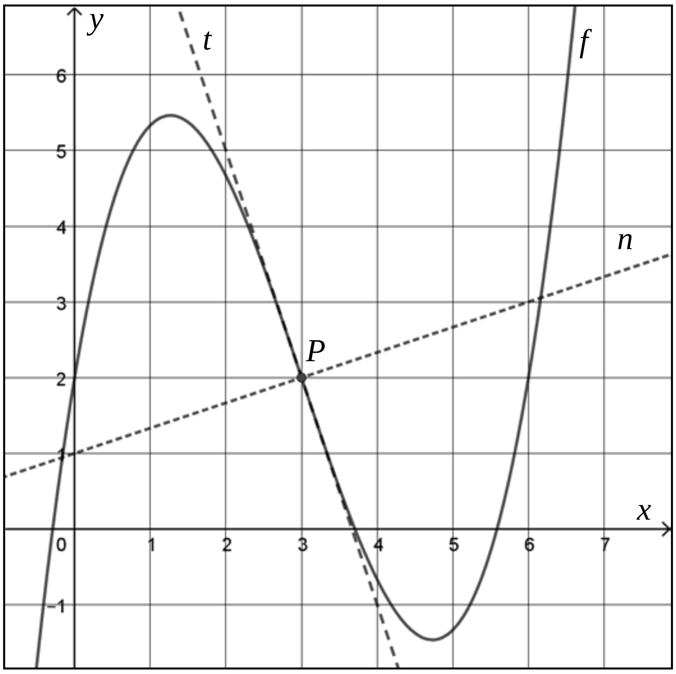
6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Für die Leistungen werden entsprechend der konkreten Lösungsqualität Punkte im vorgegebenen Rahmen vergeben. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“). Es dürfen nur ganzzahlige Punkte vergeben werden.

Aufgabe 1:

(1) $f'(x) = x^2 - 6 \cdot x + 6.$ $f'(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 6 = -3.$

(2)



(3) Ansatz: $n: y = m \cdot x + b.$

$m = -\frac{1}{-3} = \frac{1}{3}.$

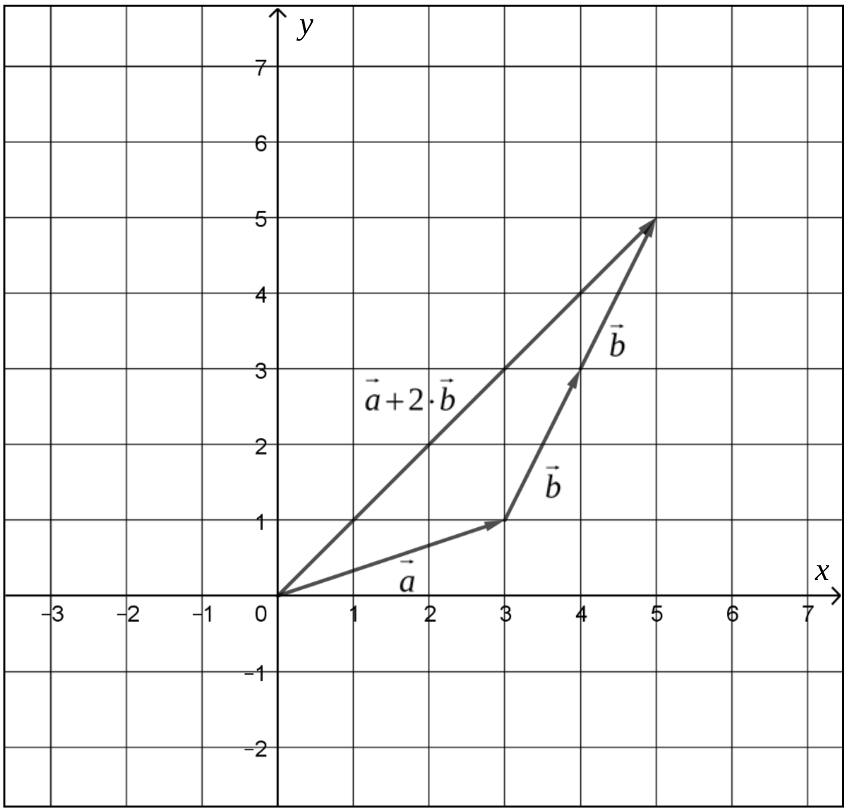
Einsetzen in $y = m \cdot x + b$ liefert:

$2 = \frac{1}{3} \cdot 3 + b \Leftrightarrow b = 1.$

Gleichung der Normale $n: y = \frac{1}{3} \cdot x + 1.$

Aufgabe 2:

Modelllösung a)



Modelllösung b)

(1) $\overrightarrow{v_1} = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$.

(2) $\overrightarrow{v_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

[Hinweis: Die Koordinaten von $\overrightarrow{v_2}$ können aus der Zeichnung abgelesen werden.]

Modelllösung c)

$$|\vec{a}| = \left|\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}\ .$$

Der Abstand von P zu O ist geringer, denn $|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{8}$. Der Punkt P liegt damit innerhalb der Kreisscheibe.