

M ZKE Beispiel 2 Prüfungsteil A Seite 1 von 3

Name:
-------

# Beispielaufgaben Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase ab 2024

# Mathematik

# Prüfungsteil A: Aufgaben ohne Hilfsmittel **Beispiel 2**

# Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung  $f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 5$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

a) Genau eine der folgenden drei Aussagen ist falsch:

A1: 
$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$
 A2:  $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ 

A2: 
$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$$

A3: 
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$$
.

Nennen Sie die falsche Aussage.

(1 Punkt)

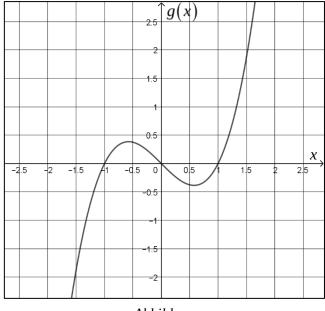
b) Die Funktion *f* besitzt genau eine Wendestelle.

Berechnen Sie diese Wendestelle.

(3 Punkte)

Name: \_\_\_\_\_

c) Der Graph einer Funktion *g* ist durch Verschiebungen aus dem Graphen von *f* entstanden. Er ist punktsymmetrisch zum Ursprung. Die folgende *Abbildung* zeigt den Graphen von *g*.



Abbildung

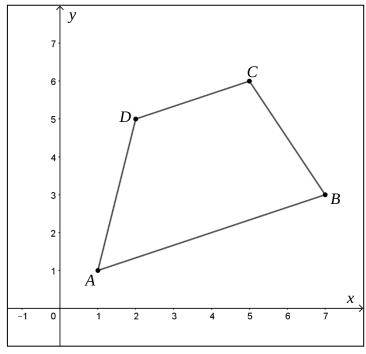
Die Tangente an den Graphen von g im Punkt P(-1|0) hat die Gleichung  $y = 2 \cdot x + 2$ .

- (1) Zeichnen Sie die Tangente in die Abbildung ein.
- (2) Geben Sie eine Gleichung der Tangente an den Graphen von g im Punkt Q(1|0) an.

(1 + 1 Punkte)

# Aufgabe 2:

Gegeben ist das in der nebenstehenden *Abbildung* dargestellte Viereck *ABCD* mit A(1|1), B(7|3), C(5|6) und D(2|5).



Abbildung

a) Berechnen Sie den Abstand der Punkte A und B.

(2 Punkte)

- b) Weisen Sie rechnerisch nach, dass es sich bei dem Viereck ABCD um ein Trapez handelt. (2 Punkte)
- c) Zu den Punkten *A*, *B* und *C* soll ein weiterer Punkt *E* so hinzugefügt werden, dass das Viereck *ABCE* ein Parallelogramm ist.

Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes E.

(2 Punkte)

#### **Hinweis:**

Zeichengeräte sowie ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung sind zugelassen.

# Unterlagen für die Lehrkraft

# Beispielaufgaben Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase ab 2024

# Mathematik

#### 1. Aufgabenart / Inhaltsbereich

Prüfungsteil A: Hilfsmittelfrei zu bearbeitende Aufgaben

Aufgabe 1: Inhaltsfeld Funktionen und Analysis

Aufgabe 2: Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra

#### 2. Aufgabenstellung <sup>1</sup>

siehe Prüfungsaufgaben

## 3. Materialgrundlage

entfällt

#### 4. Bezüge zum Kernlehrplan und zu den Vorgaben 2024

Die Aufgaben weisen vielfältige Bezüge zu Kompetenzbereichen und Inhaltsfeldern des Kernlehrplans bzw. zu den in den Vorgaben ausgewiesenen Fokussierungen auf. Im Folgenden wird auf Bezüge von zentraler Bedeutung hingewiesen.

#### Inhaltsfelder und inhaltliche Schwerpunkte

Funktionen und Analysis

- Funktionen: Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, ganzrationale Funktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für  $x \to \pm \infty$
- Transformationen: Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung, Streckung
- Grundverständnis des Ableitungsbegriffs: mittlere und lokale Änderungsrate, graphisches Ableiten, Sekante und Tangente
- Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte

Analytische Geometrie und Lineare Algebra

- Koordinatisierungen des Raumes: Punkte, Ortsvektoren, Vektoren
- Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar
- Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität

\_

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

### 5. Zugelassene Hilfsmittel

Zeichengeräte sowie ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung sind zugelassen.

#### 6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Für die Leistungen werden entsprechend der konkreten Lösungsqualität Punkte im vorgegebenen Rahmen vergeben. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile "Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung"). Es dürfen nur ganzzahlige Punkte vergeben werden.

#### **Aufgabe 1:**

#### Modelllösung a)

Die Aussage A3 ist falsch.

#### Modelllösung b)

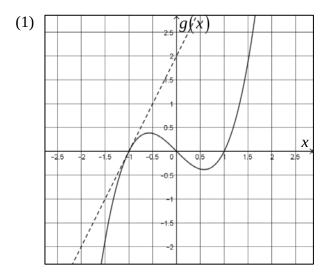
$$f'(x) = 3 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 11$$
.

$$f''(x) = 6 \cdot x - 12 = 0 \iff x = 2.$$

Die Wendestelle ist 2.

[Hinweis: Da die Existenz der Wendestelle durch den Aufgabentext gesichert ist, ist eine Überprüfung mit einem hinreichenden Kriterium nicht notwendig.]

## Modelllösung c)



(2) 
$$y = 2 \cdot x - 2$$
.

# Aufgabe 2:

#### Modelllösung a)

Für den Abstand *d* der Punkte *A* und *B* gilt:  $d = \left| \overrightarrow{AB} \right| = \left| \binom{6}{2} \right| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$ .

# Modelllösung b)

$$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB}$$
.

Da die Vektoren  $\overrightarrow{DC}$  und  $\overrightarrow{AB}$  kollinear sind, handelt es sich bei dem Viereck ABCD um ein Trapez.

## Modelllösung c)

$$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$
. Der Punkt *E* hat die Koordinaten  $E(-1 \mid 4)$ .