Name: ____________________

Beispielaufgaben Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase ab 2024

Mathematik

Prüfungsteil A: Aufgaben ohne Hilfsmittel
Beispiel 1

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x^3 - 12 \cdot x^2 + 27 \cdot x$, $x \in \mathbb{R}$.

a) *Berechnen Sie die Nullstellen von f.*

(3 Punkte)

Es gilt: $f''(x) = 6 \cdot x - 24$.

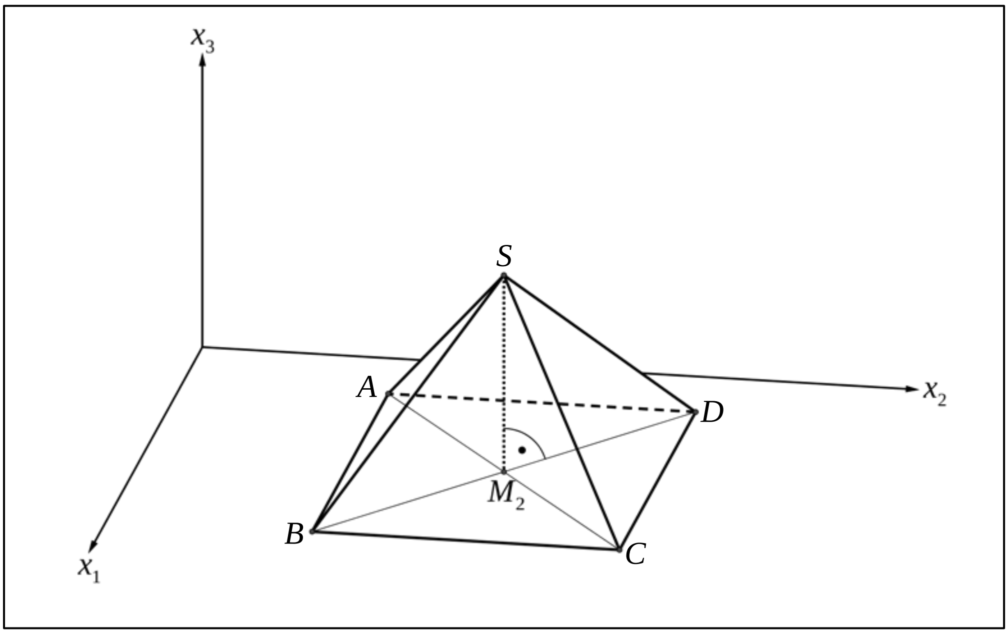
b) *Untersuchen Sie rechnerisch das Krümmungsverhalten des Graphen von f.*

(3 Punkte)

Name: ____________________

Aufgabe 2:

Die *Abbildung* zeigt eine senkrechte quadratische Pyramide *ABCDS*.



Abbildung

Es gilt: $A(1|2|0)$, $B(5|2|0)$, $C(5|6|0)$, $D(1|6|0)$ und $S(3|4|2)$.

a) *Geben Sie die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{CS}$ an und berechnen Sie seine Länge.*

(2 Punkte)

b) M_1 ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{CD}$ und M_2 ist der Mittelpunkt des Quadrates *ABCD*.

α ist der Innenwinkel des Dreiecks M_1SM_2 bei M_1.

(1) *Geben Sie die Koordinaten des Punktes M_1 an.*

(2) *Zeichnen Sie das Dreieck M_1SM_2 in die Abbildung ein.*

(3) *Begründen Sie, dass gilt: $\alpha = 45°$.*

(1 + 1 + 2 Punkte)

Hinweis:

Zeichengeräte sowie ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung sind zugelassen.

Unterlagen für die Lehrkraft

Beispielaufgaben Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase ab 2024

Mathematik

1. Aufgabenart / Inhaltsbereich

Prüfungsteil A: Hilfsmittelfrei zu bearbeitende Aufgaben

Aufgabe 1: Inhaltsfeld Funktionen und Analysis

Aufgabe 2: Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra

2. Aufgabenstellung [1]

siehe Prüfungsaufgaben

3. Materialgrundlage

entfällt

4. Bezüge zum Kernlehrplan und zu den Vorgaben 2024

Die Aufgaben weisen vielfältige Bezüge zu Kompetenzbereichen und Inhaltsfeldern des Kernlehrplans bzw. zu den in den Vorgaben ausgewiesenen Fokussierungen auf. Im Folgenden wird auf Bezüge von zentraler Bedeutung hingewiesen.

Inhaltsfelder und inhaltliche Schwerpunkte

Funktionen und Analysis

- Funktionen: Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, ganzrationale Funktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$
- Transformationen: Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung, Streckung
- Grundverständnis des Ableitungsbegriffs: mittlere und lokale Änderungsrate, graphisches Ableiten, Sekante und Tangente
- Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte

Analytische Geometrie und Lineare Algebra

- Koordinatisierungen des Raumes: Punkte, Ortsvektoren, Vektoren
- Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar
- Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität

[1] Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

5. Zugelassene Hilfsmittel

Zeichengeräte sowie ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung sind zugelassen.

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Für die Leistungen werden entsprechend der konkreten Lösungsqualität Punkte im vorgegebenen Rahmen vergeben. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung"). Es dürfen nur ganzzahlige Punkte vergeben werden.

Aufgabe 1:

Modelllösung a)

$f(x)=0 \Leftrightarrow x\cdot\left(x^2-12\cdot x+27\right)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=6-\sqrt{6^2-27}=3 \vee x=6+\sqrt{6^2-27}=9$.

Modelllösung b)

$f''(x)=6\cdot x-24=0 \Leftrightarrow x=4$. $f''(0)=-24<0$ und $f''(5)=6>0$.

Der Graph von f besitzt an der Stelle $x=4$ einen Wendepunkt. Für $x<4$ besitzt der Graph von f eine Rechtskrümmung, für $x>4$ ein Linkskrümmung.

Aufgabe 2:

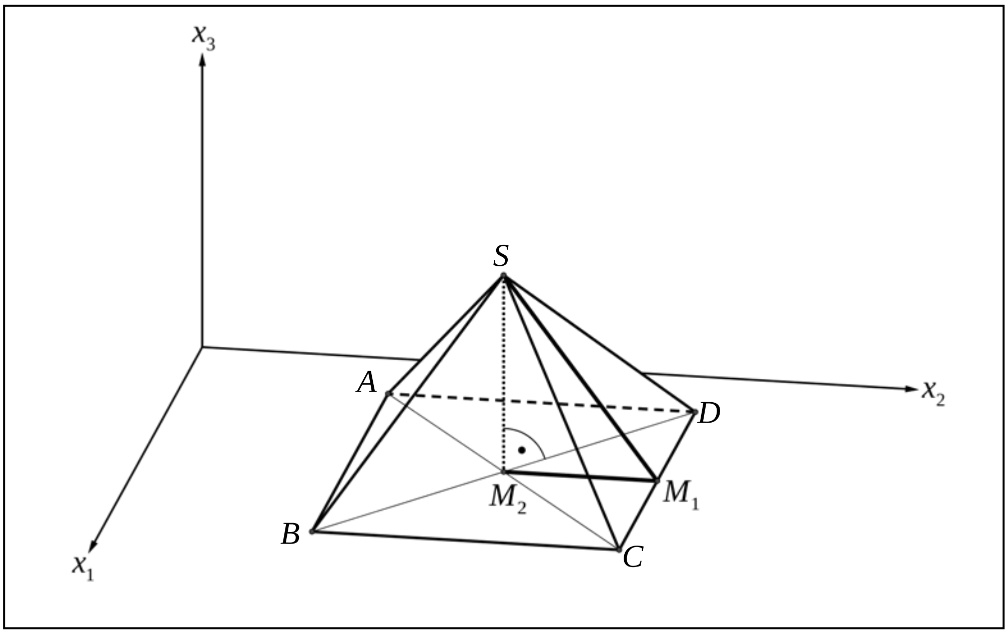
Modelllösung a)

$\overrightarrow{CS} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$. $\left|\overrightarrow{CS}\right| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 2^2} = \sqrt{12}$.

Modelllösung b)

(1) $M_1(3|6|0)$.

(2)



(3) Das rechtwinklige Dreieck M_1SM_2 ist gleichschenklig, da $\left|\overline{M_2S}\right| = \left|\overline{M_2M_1}\right| = 2$ gilt.

Daher gilt: $\alpha = \frac{1}{2} \cdot (180° - 90°) = 45°$.