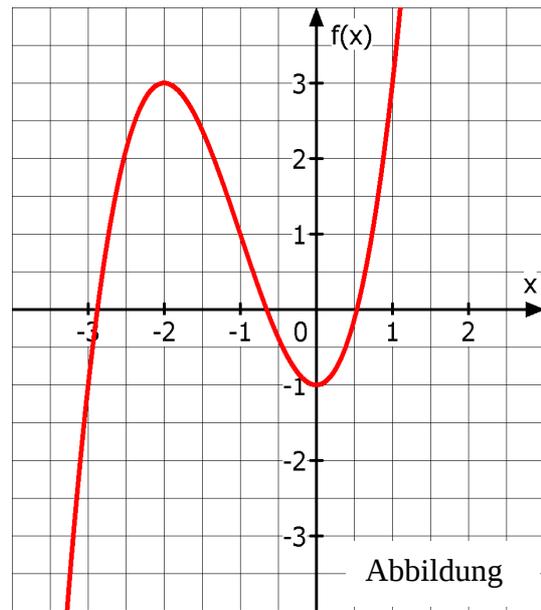


### Hilfsmittelfreier Teil. Beispielaufgabe 2 zur Analysis

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = x^3 + 3 \cdot x^2 - 1$ . Die Koordinaten des lokalen Hochpunktes und des lokalen Tiefpunktes sind ganzzahlig. Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion  $f$ .



- (1) *Entscheiden Sie begründet, ob der Graph der Ableitungsfunktion  $f'$  eine nach oben oder nach unten geöffnete Parabel ist.*
- (2) *Geben Sie alle Werte für den Parameter  $c$  an, so dass die Funktion  $g_c$  mit der Gleichung  $g_c(x) = f(x) + c$  genau zwei Nullstellen besitzt. Begründen Sie Ihre Angabe.*

(6 Punkte)

### Hilfsmittelfreier Teil. Beispielaufgabe 2 zur Analysis

#### Beispiellösung

- (1) Es gilt:  $f'(x) = 3 \cdot x^2 + 6 \cdot x$ . Das Vorzeichen des Koeffizienten vor  $x^2$  entscheidet, ob die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet ist. Weil  $3 > 0$  gilt, ist die Parabel nach oben geöffnet.  
Oder: Die Parabel von  $f'$  besitzt die Nullstellen  $x = -2$  und  $x = 0$ , denn sie sind die lokalen Extremstellen von  $f$ . Nur dazwischen fällt der Graph von  $f$ , also liegt die Parabel von  $f'$  für  $-2 < x < 0$  unterhalb der  $x$ -Achse. Die Parabel muss also nach oben geöffnet sein.
- (2)  $c = -3$  oder  $c = 1$ . Damit es genau zwei Nullstellen gibt, muss der Graph von  $f$  die  $x$ -Achse im Hochpunkt oder im Tiefpunkt berühren. Somit muss entweder der Hochpunkt um drei Einheiten nach unten oder der Tiefpunkt um eine Einheit nach oben verschoben werden.

Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Beispiellösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.