



Beispielklausur für zentrale Klausuren

Mathematik

Aufgabenstellung

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 0,5 \cdot x^3 - 4,5 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 9$.

Die Abbildung 1 zeigt den zu f gehörigen Graphen.

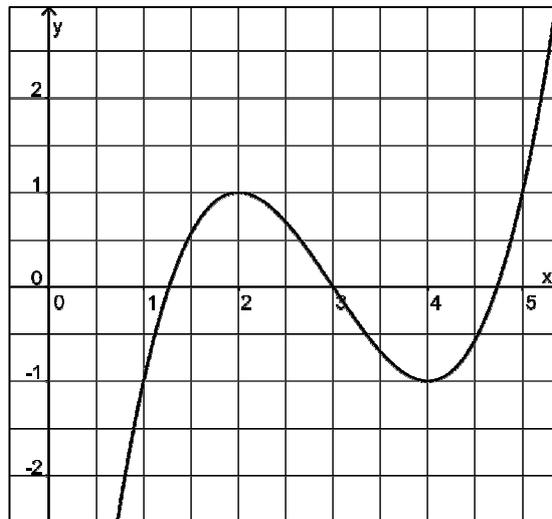


Abbildung 1

a) Ermitteln Sie alle Nullstellen von f .

Berechnen Sie die lokalen Extrempunkte des Graphen von f .

(8 Punkte)

b) Zeigen Sie, dass der Graph von f den Wendepunkt $W(3|0)$ besitzt.

Bestimmen Sie eine Gleichung der Wendetangente an den Graphen von f .

(6 Punkte)

c) Zeichnen Sie in Abbildung 1 den Graphen der Ableitungsfunktion f' ein.

An der Zeichnung kann man unterschiedliche Zusammenhänge zwischen den Graphen von f und f' erkennen.

Geben Sie zwei dieser Zusammenhänge an, die Sie selbst auswählen können. (6 Punkte)

d) Entscheiden Sie, ob die Aussagen A und B jeweils wahr oder falsch sind, und begründen Sie Ihre Entscheidungen.

A Die Steigung der Geraden durch die Punkte $A(4|-1)$ und $B(6|f(6))$ beträgt 5.

B Es gibt eine Tangente an den Graphen der Funktion f , die parallel zur Geraden g mit $g(x) = -2 \cdot x$ verläuft.

(5 Punkte)



- e) Wenn man den Funktionsterm von f verändert, so hat dies Auswirkungen auf den Graphen der Funktion. Abbildung 2 zeigt z. B. den Graphen der Funktion h_1 mit der Funktionsgleichung $h_1(x) = f(x) + 1$.

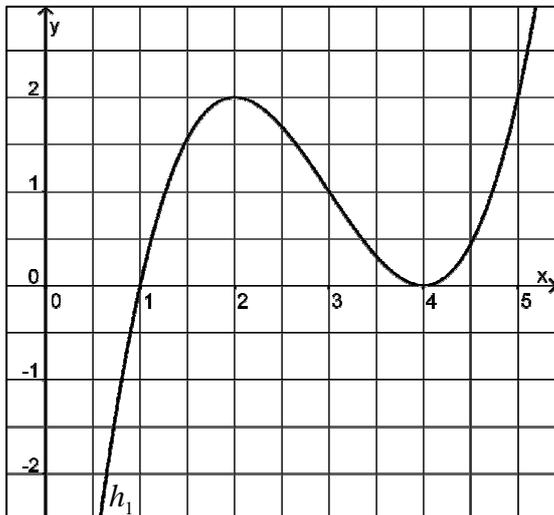


Abbildung 2

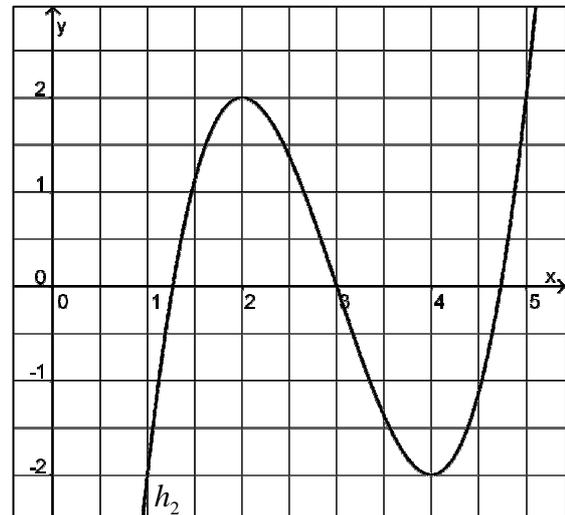


Abbildung 3

- (1) Betrachten Sie nun die Abbildung 3. Die zugehörige Funktion bezeichnen wir mit h_2 .
Beschreiben Sie mit Worten, wie der Graph von h_2 aus dem Graphen von f hervorgeht, und geben Sie die Funktionsgleichung von h_2 an.
- (2) Betrachten Sie nun Funktionen h_3 mit $h_3(x) = a \cdot f(x) + b$. Es gibt Zahlen, die man für a und b einsetzen kann, so dass der Graph der zugehörigen Funktion den Tiefpunkt $T(2|-0,5)$ besitzt.

Begründen Sie geometrisch, dass für $a = -1$ und $b = 0,5$ der zugehörige Funktionsgraph diesen Tiefpunkt besitzt.

Ermitteln Sie neben $a = -1$ und $b = 0,5$ eine weitere konkrete Möglichkeit, so dass der Graph von h_3 den Tiefpunkt $T(2|-0,5)$ besitzt.

(7 Punkte)



	<p><i>Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.</i></p>	
<p>1d</p>	<p>A: Die Aussage ist wahr, da für die Steigung der Geraden gilt:</p> $m = \frac{f(6) - (-1)}{6 - 4} = \frac{9 + 1}{2} = 5$ <p>B: Die Aussage ist falsch, da z. B. die Gleichung $f'(x) = -2$ nicht lös-bar ist.</p> <p><i>Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.</i></p>	<p>2</p> <p>3</p>
<p>1e</p>	<p>(1) Der Graph der Abbildung 3 entsteht aus dem Graphen von f durch Streckung mit dem Faktor 2 in y-Richtung. Daraus ergibt sich die passende Funktionsgleichung $h_2(x) = 2 \cdot f(x)$.</p> <p>(2) Die Multiplikation mit -1 bewirkt eine Spiegelung des Graphen an der x-Achse. Der Hochpunkt $H(2 1)$ des Graphen von f wird dadurch zu dem Tiefpunkt $(2 -1)$. Durch die Addition von 0,5 wird der Graph und damit auch der Tiefpunkt um 0,5 Einheiten nach oben verschoben.</p> <p>Alle Zahlen a und b mit $a < 0$ und $a + b = -0,5$ sind geeignet, eine mögliche weitere Lösung ist daher z. B.</p> <p>$a = -0,5$ und $b = 0$ oder</p> <p>$a = -2$ und $b = 1,5$ oder</p> <p>$a = -3$ und $b = 2,5$</p> <p><i>Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.</i></p>	<p>3</p> <p>4</p>
	<p>Summe:</p>	<p>32</p>



Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	64 - 62
sehr gut	14	61 - 58
sehr gut minus	13	57 - 55
gut plus	12	54 - 52
gut	11	51 - 48
gut minus	10	47 - 45
befriedigend plus	9	44 - 42
befriedigend	8	41 - 38
befriedigend minus	7	37 - 35
ausreichend plus	6	34 - 32
ausreichend	5	31 - 28
ausreichend minus	4	27 - 25
mangelhaft plus	3	24 - 21
mangelhaft	2	20 - 17
mangelhaft minus	1	16 - 13
ungenügend	0	12- 0